Control Estadístico de Procesos para datos Correlados Serialmente. Un Caso de Estudio

Juan Carlos Herrera Vega
Departamento de Ingeniería Industrial
Fundación Universitaria Tecnológico Comfenalco
Cartagena de Indias, Colombia
jherrerav@tecnocomfenalco.edu.co

Germán Herrera Vidal
Departamento de Ingeniería Industrial
Fundación Universitaria Tecnológico Comfenalco
Cartagena de Indias, Colombia
herreravg@tecnocomfenalco.edu.co

Bruno De Jesús Rahmer
Ingeniero Industrial
Cartagena de Indias, Colombia
brunodejesus.25@gmail.com

Abstract

El control estadístico de procesos (C.E.P) es catalogado como una herramienta que circunscribe una serie de técnicas cuantitativas orientadas a la mejora continua de calidad de los procesos y/o productos, por lo que posibilita la detección y prevención de incidentes anómalos y de aparición de causas de variabilidad asignable. Dado lo anterior, se presenta en este artículo principios de aplicación del control estadístico en ambiente real, concretamente en una empresa dedicada a la fabricación y distribución de productos lácteos. En primera instancia, se plantea el diseño de una carta de control basada en modelos de tipo A.R.I.M.A, como consecuencia de la inminente disminución del rendimiento de los gráficos de control convencionales para hacer un seguimiento continuo a procesos dominados por una estructura de autocorrelación. Posteriormente, se calcula un conjunto de métricas especializadas que permiten evaluar la capacidad del proceso para cumplir con las especificaciones técnicas predefinidas en el corto y mediano plazo. Se demostró empíricamente, que la adopción del enfoque propuesto presenta una alta efectividad para caracterizar la dinámica del proceso productivo. Asimismo, se concluye que, aunque la distribución del mismo, ostenta un nivel de estabilidad relativamente alto, su aptitud para satisfacer las tolerancias es inadecuada.

Keywords
Control estadístico de procesos, Calidad, Modelos A.R.I.M.A., Autocorrelación, Capacidad de Procesos.

1. Introducción

Es un imperativo para la empresa moderna, articular acciones tendientes al robustecimiento de los sistemas de control total de la calidad, a fin de lograr un nivel prominente de rendimiento y garantizar le mejora continua (Krajewsky, Ritzman, & Malhotra, 2008). Es justamente en este escenario, donde comparece el control estadístico de procesos como una disciplina que conjunta una serie de métodos con soporte cuantitativo útiles para tal efecto. Bien es sabido

© IEOM Society International

que la medición del desempeño en el contexto de los entornos productivos se ha asentado sobre una plataforma de métodos e instrumentos convencionales ampliamente aceptados en los círculos académicos, dado que poseen una significativa utilidad para detectar el aparecimiento de causas asignables de variación, responsables de la generación de fluctuaciones no permisibles en los valores de los outputs del proceso y así detectar características de calidad que se hallen fuera de los márgenes de tolerancia pre-especificados, posibilitando adicionalmente, la eliminación, o en su defecto, la atenuación de las disimilitudes entre las expectaciones del cliente y las dimensiones de calidad inherentes a los productos y/o servicios ofertados. Aunque el uso de herramientas estándares para el control de procesos son utilizadas en múltiples ámbitos de aplicación actualmente (González et Zambrano, 2011), suelen ser impotentes para detectar variaciones en el vector de parámetros de ciertas características de en caso tal de que se transgredan de ciertas condiciones teóricas asumidas apriorísticamente. Resulta imprescindible entonces, disponer de herramientas que ostenten mayor robustez y sean menos sensibles ante el incumplimiento de tales supuestos. Por tal motivo, se pretende traer a colación el modelo de promedios móviles autorregresivos integrados propuesto por Box et al. (1994) que permite la filtración de una serie temporal y el diseño de un gráfico de control menos propenso a la detección de falsas señales de pérdida de control. De esta forma, se hace posible el trazado de estrategias direccionadas a estabilizar la distribución del proceso y/o soslayar problemáticas concernientes a su habilidad para generar un mínimo de productos no conformes.

En la literatura especializada se conciben propuestas laudables que revisten singular interés, pues ofrecen una aproximación idónea al problema de autocorrelación en el entorno de los procesos fabriles. Apley, D.W (2012) por ejemplo, corrobora fáctimente que la carta de control de promedios móviles exponencialmente ponderados registran un desempeño superior a las cartas de control estándares cuando se detecta correlación en los datos recabados. En esa misma línea, Costa A. et Fishera,S. (2016) desarrollan un gráfico de control ARMA, cuyos parámetros son estimados a través de la aplicación del algoritmo adaptativo diferencial MF-SADE. Por otro lado, Campos Leoni et Domingues Simões (2016) proponen un seguimiento de procesos bivariados con datos autocorrelacionados a través del uso de dos gráficos de control rotulados por los autores como “SV X ź” y “BV X ź”. Para la obtención de las propiedades de estado estacionario de la primera carta de control utilizando el método de las cadenas de Markov.

Cabe resaltar que el monitoreo del proceso se efectúa en concomitancia con la evaluación de su capacidad, ya que es de sumo interés determinar en qué medida las salidas del proceso se hallan dentro del margen de tolerancia y qué tan proximas se encuentran al valor nominal. Una propuesta metodológica similar a la plasmada aquí es confeccionada por Mosquera Artamonov, Artamonova, et Mosquera (2014).

2. Metodología

La metodología empleada en el presente caso investigativo consta de tres fases fundamentales: la recolección y análisis de información atinente al proceso, la construcción del gráfico de control A.R.I.M.A. y la determinación de los indicadores de capacidad a corto y largo plazo.

Previo a la recolección de la información de entrada se identifican las etapas del proceso de producción, interrelaciones, flujos y la posterior identificación de las variables críticas subyacentes en el mismo. En este orden de ideas, se apela a la aplicación de un método de muestreo consistente en la extracción un subconjunto de unidades observacionales a partir de un universo poblacional compuesto por registros históricos de las variables definidas, de tal forma, que no existe reposición de elementos y la probabilidad de extracción muestral es igual para todos los elementos. El uso de este método de muestreo es justificable dado que las unidades seleccionados a partir del marco muestral poseen atributos homogéneos y además, garantiza el cumplimiento de la cláusula de representatividad. En La siguiente fase se desglosa un análisis del comportamiento de las variables asociadas a cada etapa del proceso, siguiendo el enfoque metodológico propuesto por Lara Hernández, C., et al (2011). Esta etapa comprende el análisis exploratorio de datos de entrada del proceso productivo, en el que se recaba información útil y ofrece una somera aproximación respecto a la tendencia central, dispersión y forma de la distribución de las variables analizadas. Esto sienta la base para identificar el nivel de estabilidad del proceso, su capacidad para cumplir con las especificaciones y para la verificación formal de ciertos supuestos e hipótesis que deben cumplirse estrictamente si se desea garantizar una adecuada estimación de los parámetros que sintetizan la información contenida en las observaciones. Para tal fin, se dispone de una batería de tests estadísticos útiles para detectar la ausencia de correlación serial en las series,

© IEOM Society International

normalidad de los datos y estacionariedad de la media y la varianza en la progresión temporal. Una vez ejecutoriado el análisis exploratorio de la información recolectada y el contraste formal de las hipótesis y supuestos paramétricos asumidos sobre las muestras recolectada se procede a diseñar el gráfico de control A.R.I.M.A sobre aquella variable dominada por una estructura de correlación serial, pues en dado caso, es injustificable el diseño de una herramienta de control estándar, en tanto que es incapaz de caracterizar su verdadera dinámica. La estimación del modelo autorregresivo integrado de medias móviles mediante el método de máxima verosimilitud no condicionada precede la construcción de esta carta de control. Mientras que éste modelo dinámico univariante explica el comportamiento de la variable de interés por sus valores rezagados y ruidos previos en un periodo t, el gráfico construido permite detectar señales localizadas fuera de los límites de control, que son especificados a priori. El estudio que se pretende ejecutoriar no tiene por objeto la estandarización del proceso en tanto que se dispone de información insuficiente para tal efecto. En concordancia con los principios metodológicos de la propuesta de Guevara et Vargas (2006) se consignan los intervalos de confianza para ciertos indicadores de capacidad entre los cuales se encuentran los valores verdaderos de estas magnitudes especializadas que dan cuenta sobre la amplitud natural de variación del proceso y su capacidad para cumplir con las especificaciones técnicas predefinidas.

A continuación, en la figura 1 se presenta una esquematización gráfica de la metodología empleada para el abordaje del caso de estudio. Anótese que un abstract gráfico similar al aquí consignado se propone en la investigación realizada por Barbeito, Inés, et al. (2007):

Figura 1. Esquema metodológico para el control estadístico de procesos para datos correlados serialmente

© IEOM Society International

3. Resultados

3.1 Generalidades del caso de estudio

Para la aplicación teórica se tomó como referente una empresa está localizada en la ciudad de Cartagena de Indias y cuyo objeto social corresponde a la fabricación y distribución de productos lácteos. Dentro los productos ofertados se encuentran: (i) Queso costeño, (ii) Queso gouda, (iii) Leche entera, (iv) Leche deslactosada, (v) Leche descremada, (vi) Leche en polvo, (vii) Yogurt, (viii) Suero costeño, (ix) Arequipe y (x) Mantequilla. Se anota que el caso presente se centrará en la línea de producción de queso gouda, dado que se ha identificado un comportamiento irregular en la variable peso, considerada crítica del proceso productivo. El proceso de fabricación del queso se detalla en la Tabla 1.

Tabla 1. Descripción de los procesos de fabricación del Queso Gouda

Proceso	Descripción
Recepción y análisis de materias primas	Se recibe la leche y se pesa. Posteriormente es pasada a través de un lienzo para la remoción total de cuerpos extraños. En última instancia, se realiza el análisis organoléptico y las respectivas pruebas microbiológicas.
Pasteurización	La leche es sometida a una temperatura de 62 a 64°C en la tina con el objeto de remover organismos patógenos.
Adición de aditivos	Se adiciona el cultivo láctico que facilita el proceso de fermentación. Luego se agrega, en forma de solución acuosa, 15 a 30 gramos de sal de nitro para 100 litros de leche y Cloruro de Calcio en igual proporción. La leche se agita previamente. Luego de terminada esta etapa, finalmente, se agrega el cuajo. La mezcla se deja reposar durante 30 minutos.
Corte	Se corta la masa cuajada durante 10 minutos y se deja 5 minutos en reposo.
Desuerado	Se separa el suero través de un colador que se conecta al tanque donde se ejecutó el proceso de cuajado. Se deja en reposo y se efectúan dos procesos de calentamiento
Pre-prensado	El pre-prensado se ejecuta manualmente en la tina. En esta etapa se busca la compactación de la cuajada al ejercer presión sobre ella.
Prensado	La cuajada es introducida en los moldes. Luego son dispuestos en la prensa y se ejerce presión sobre ellos durante 5 horas.
Salado	Los moldes de queso son introducidos en el tanque de salado, previa preparación de una solución acuosa con concentración de cloruro de sodio superior al 5%. El tiempo de salado varía directamente proporcional al peso del molde.
Parafinado del queso	Se reviste el queso de una parafina elástica para protegerlo de la acción biológica de microorganismos nocivos y hongos. Antes del revestimiento la superficie del queso debe limpiarse.
Almacenamiento	Se empaqueta el producto y posteriormente se almacena el queso en la cámara de maduración entre 3 a 6 días.

© IEOM Society International

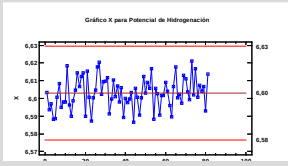
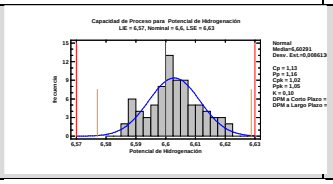
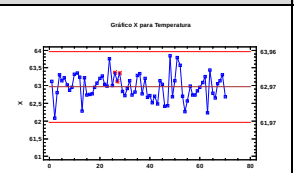
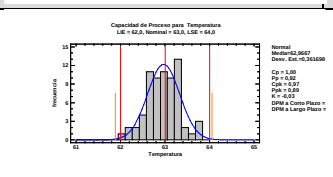
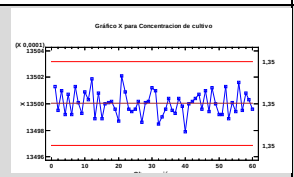
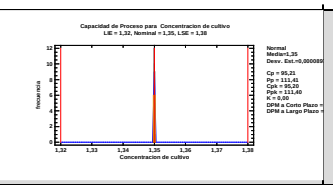
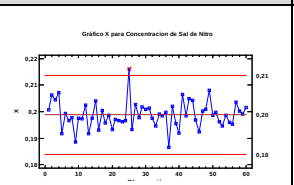
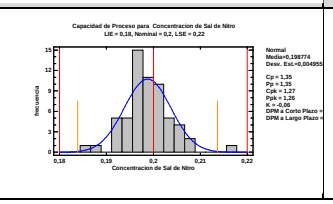
3.1.1 Análisis de Variables del proceso

En este apartado se realiza un análisis exploratorio de la totalidad de variables críticas identificadas en cada etapa del proceso productivo, asumiéndose que cada una de ellas de puede ser modelada por una distribución normal con parámetros (μ, σ) en virtud del teorema del límite central. Este teorema fundamental sostiene axiomáticamente que la recopilación de una ingente cantidad de registros históricos, esto es, cuando se alcanza un tamaño muestral suficientemente grande, se considera razonable asumir que la distribución de probabilidad para las medias muestrales se aproxima asintóticamente a una de tipo normal (Alvarado Martínez, 2007). Adicionalmente se emplea una batería de test estadísticos para el contraste de ciertas hipótesis adicionales que se asumen sobre los datos, como lo son la estacionariedad e independencia, a modo de ejemplificación, se han descrito pormenorizadamente tales test, en el inciso 3.1.1 Para cuantificar la variabilidad del proceso respecto a las especificaciones se ha calculado un conjunto de indicadores de capacidad y se ha trazado un histograma que proporciona una impresión visual del rendimiento del proceso. Se ha construido también un gráfico individual de control para la totalidad de las variables, con el objeto de monitorear la evolución del proceso y detectar la existencia de señales fuera de los límites naturales de variación. Los límites de control inferior y superior para las gráficas diseñadas se determinan tal y como se muestra en (1):

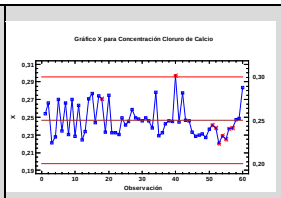
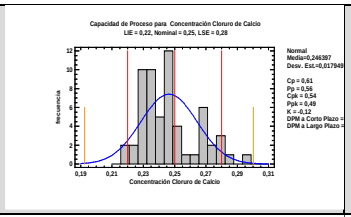
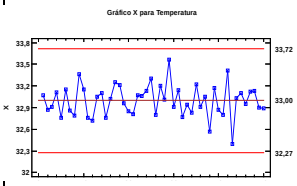
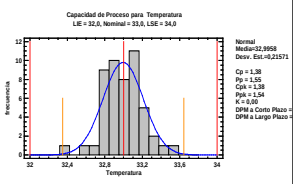
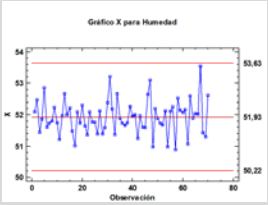
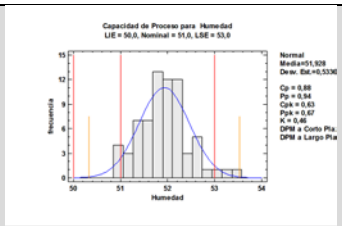
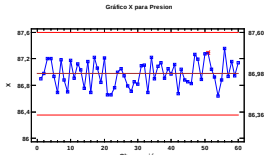
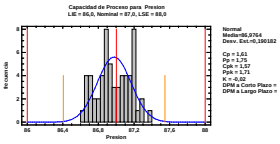
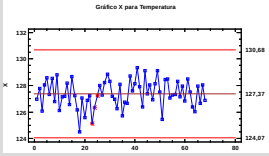
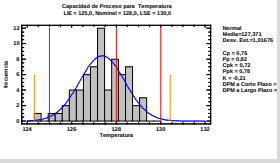
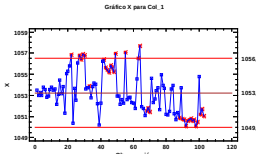
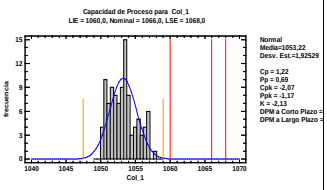
$$\sum_{i=1}^{n} x_i \pm k\hat{\sigma} \qquad (1)$$

Con base en los resultados señalados en la Tabla 2, se sostiene que, de la totalidad de variables definidas, la única que registra un comportamiento inestable y altamente heterogéneo- pues gran parte de los valores que asume se hallan fueran de las especificaciones, es la variable peso. Por tal razón se propone una examinación exhaustiva de esta característica de calidad a fin de comprobar formalmente si operan causas de variabilidad asignable e identificar las causas de su baja uniformidad.

Tabla 2: Análisis de variables críticas del proceso

Variable critica	Etapa	Estado	Capacidad del proceso	Hipótesis cumplidas
Potencial de Hidrogenación (6.57- 6.63)	Entrada y Recepción			Independencia ✓ Normalidad ✓ Estacionariedad ✓
Temperatura (62°C – 64°)	Pasteurización			Independencia ✓ Normalidad ✓ Estacionariedad ✓
Concentración de cultivo láctico (1,32-1,38%)	Agregación de aditivos			Independencia ✓ Normalidad ✓ Estacionariedad ✓
Concentración de Sal de Nitro (0,18 g/L – 0,22 g/L)	Agregación de aditivos			Independencia ✓ Normalidad ✓ Estacionariedad ✓

© IEOM Society International

Concentración de Cloruro de Calcio (0,15 g/L – 0,3 g/L)	Agregación de aditivos			Independencia ✓ Normalidad ✓ Estacionariedad ✓
Temperatura (32°C – 34°)	Desuerado			Independencia ✓ Normalidad ✓ Estacionariedad ✓
Humedad (51%-53%)	Pre-prensado			Independencia ✓ Normalidad ✓ Estacionariedad ✓
Presión (86PSI – 88PSI)	Prensado			Independencia ✓ Normalidad ✓ Estacionariedad ✓
Temperatura (125ºC – 130ºC)	Parafinado			Independencia ✓ Normalidad ✓ Estacionariedad ✓
Peso (1060g – 1068g)	Almacenaje			Independencia✓ Normalidad ✓ Estacionariedad ✓

3.2 Construcción del Modelo A.R.I.M.A

En esta fase se desglosa el procedimiento de estimación del modelo que describe el comportamiento dinámico de la característica de calidad sometida a estudio, asumiendo que tal, sigue un proceso autorregresivo integrado de media móvil. Los resultados concernientes a la identificación del orden del modelo, estimación y evaluación del mismo se desglosan a la posteridad.

En la Tabla 3 se localizan los resultados del procedimiento de contraste de normalidad para la variable peso.

Tabla 3. Test de Bondad de Ajuste

Distribución	**Normal**
Test de Bondad De Ajuste	**Kolgomorov-Smirnov** **Valor P=** 0,534332

© IEOM Society International

El estadístico del test no paramétrico de Kolgomorov-Smirnov se reduce a la expresión mostrada (2):

$$D = Máx\ |F_n(x_i) - F_0(x_i)| \qquad (2)$$

Esta es equivalente a la diferencia máxima entre la función de distribución muestral y la función de distribución especificada apriorísticamente en la hipótesis nula (Universidad Complutense, 2013). Dado que el valor P asociado a la prueba es superior a 0,05 no es posible objetarse la idea de que los datos proceden de una distribución normal con parámetros μ y σ.

A través de la aplicación de test de Box-Pierce, consignado en la Tabla 4, se prueba la hipótesis conjunta de que todos los p_k hasta ciertos retardos, son simultáneamente nulos (Gujarati et Porter, 2010).

Tabla 4. Test de Box-Pierce

Prueba de Box –Pierce para autocorrelaciones
Estadístico de prueba – 123,178
Valor P - 2,66454E-15

Bartlett (1946) demostró que si una muestra es puramente aleatoria, es decir, ruido blanco, se cumple la condición de que los coeficientes de autocorrelación siguen, aproximadamente una distribución normal con media 0 y varianza $1/n$ tal y como se percibe en (3):

$$r_k \sim N(0, \frac{1}{n}) \qquad (3)$$

Puede comprobarse, en la tabla anterior, que en efecto, todos los r_k son significativamente iguales a cero. El estadístico de la prueba está mostrado en (4):

$$Q = n \sum_{k=1}^{m} {p_k}^2 \quad (4)$$

El test de raíces unitarias de Dickey-Fuller Aumentado permite contrastar la hipótesis de estacionariedad en el proceso autorregresivo. Laxamente puede aseverarse que una serie es estacionaria, en el sentido débil, si sus momentos de primer y segundo orden permanecen invariantes en el tiempo y son finitos tal y como se muestra en (5):

$$E[x(t_i)] = E[x(t_i + h)] = \mu_1 < \infty \text{ y } E[x(t_i)^2] = E[x(t_i + h)^2] = \mu_2 < \infty \qquad (5)$$

Considérese ahora un modelo autorregresivo de medias móviles de orden (p, q) cuyas perturbación aleatoria ostenta la propiedad de ser ruido blanco. Se tiene entonces la expresión (6):

$$\varphi(L)_p Y_t = \theta(L)_q \varepsilon_t, \text{ donde } \varepsilon_t \sim (0, \sigma^2) \qquad (6)$$

Si una de las p raíces de (7) es equivalente a 1 se afirma que Y_t posee raíz unitaria y por tanto el modelo $ARMA\ (p, q)$ tiene una media y varianza que no permanecen invariables en el tiempo (Giraldo Gómez, 2016).

$$\varphi_p(z) = 1 - \varphi_1 z - \cdots - \varphi_p z^p = 0 \qquad (7)$$

En caso tal de que se acepte la hipótesis de contención de raíz unitaria en la serie en niveles, se requiere de diferenciación de primer o n orden para lograr la condición de estacionariedad. Al examinar los resultados arrojados en la Tabla 6 se concluye que la serie está integrada en I(0). El estadístico Dickey-Fuller Aumentado es superior a cada uno de los valores críticos de Mackinnon para los diferentes niveles de confianza allí establecidos, por tanto se cumple que para $(x_1, x_2, x_3 \dots x_n)$ $(x_{1+t}, x_{2+t}, x_{3+t} \dots x_{n+t})$ su distribución conjunta permanece invariable y no requiere de diferenciaciones.

Tabla 6. Test de Dickey-Fuller Aumentado

© IEOM Society International

Test de Dickey-Fuller Aumentado en I(0)			
Valor T	-5.4594	99% Confianza	-3.4957
Valor P	0.000	95% Confianza	-2,8900
		90% Confianza	-2.5820

La figura 2 es una representación gráfica del comportamiento de las autocorrelaciones estimadas para un conjunto de retrasos sucesivos. El coeficiente de autocorrelación de primer orden cuantifica el grado de correlación entre cada uno de los valores de la variable analizada- en este caso, peso- en periodo t y en el periodo $t-k$.

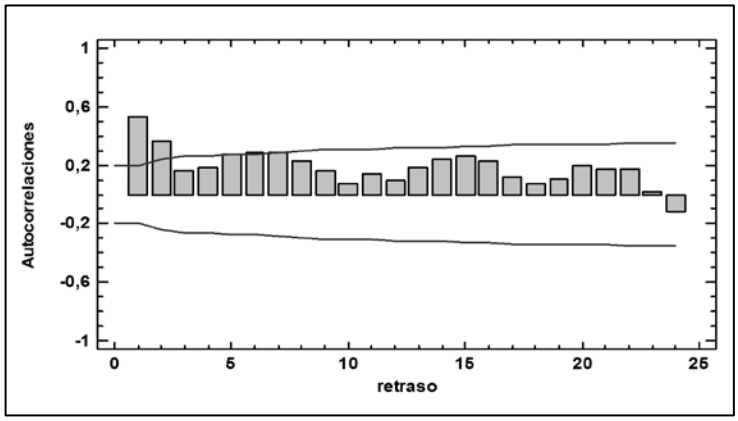


Figura 2. Autocorrelaciones simples

El estimador muestral de la función de autocorrelación simple está dado por (8):

$$r_k = \left[\sum_{i=1}^{n-k}(y_t - \bar{y})\,(y_{t+k} - \bar{y})\right] / \sum_{i=1}^{n}(y_t - \bar{y}) \qquad (8)$$

Los límites de probabilidad se han calculado asumiendo un 5% de significancia, considerando la expresión (9):

$$0 \pm z_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{1}{n}\left[1+2\sum_{i=1}^{k-1} r_k{}^2\right]} \qquad (9)$$

Si los límites establecidos a un retraso cualquiera no contienen el coeficiente estimado, se afirma entonces que existe una autocorrelación estadísticamente significativa a ese retraso, tal y como sucede con el primer par de retardos y el quinto y el sexto. Por ello, se sostiene que la hipótesis de independencia secuencial no se ha cumplido satisfactoriamente y, por ende, se arguye que la serie de tiempo no sigue un proceso puramente aleatorio.

Aunque el supuesto de independencia es transgredido, la estimación paramétrica de un modelo que caracterice el comportamiento de la variable es aún posible. Debe anotarse que la existencia de sesgos en las estimaciones de los parámetros del modelo A.R.I.M.A disminuye notoriamente la eficiencia del procedimiento de estimación de valores anómalos que permanecerán enmascarados, o en su defecto, se corre el riesgo de detectar anómalos falsos. (Barceló Cerdá, 2016). Para evitar estos hándicaps, se dispone del método de máxima verosimilitud no condicional y como estrategia de modelización a la de tipo Backward, que incluye inicialmente la mayor cantidad de términos posibles, y facilita, a través de un proceso recursivo, la eliminación de parámetros con poca significancia estadística, hasta obtener un modelo con una mayor plausibilidad relativa y parsimonia superior a los candidatos. El modelo final será aquel cuyo valor del BIC (Criterio de Información de Schwarz-Bayesiano) sea inferior, en comparación con los otros que compiten. Tal criterio incluye una penalización por tamaño muestral y está dado por la expresión (10):

© IEOM Society International

$$BIC = ln\sigma_k^2 + k\frac{lnT}{T} \qquad (10)$$

Nótese, en la Tabla 5, que los valores p asociado a los términos del modelo son superiores a 0.05, de modo, que todos ellos son estadísticamente significativos, asumiendo un 95% de confianza. Se sugiere entonces, que el proceso que generó la serie temporal es un A.R.I.M.A (1,0,0) que consta de un coeficiente autorregresivo, la media y no precisa de diferenciación de orden alguno. Los modelos de esta familia capturan exhaustivamente la dinámica lineal de las series de tiempo dada una frecuencia y un rezago máximo y responden a la expresión analítica (11) (Medel, 2012):

$$y_t = \delta + \phi y_{t-1} + \varepsilon_t - \theta\varepsilon_{t-1} \qquad (11)$$

Tabla 6. Resumen de la estimación del modelo

Parámetro	***Coeficiente***	***Error Estándar***	***T***	***Valor-P***
AR(1)	0,599048	0,086686	6,91055	0,0000
Media	1053,33	0,404712	2602,66	0,0000
Constante	422,334			
Varianza de Ruido Blanco	2,41503			
BIC	1,23978			

3.3 Diseño del gráfico de control A.R.I.M.A

Algunas de las hipótesis que se asumen usualmente para la construcción de las gráficas de control estándar son las siguientes: que el comportamiento de las observaciones recolectadas pueden ser modelizado por una distribución gaussiana con parámetros μ y σ y que la característica de calidad o variable sometida a análisis se halla bajo un estado de control. Por tanto, el modelo propuesto por Montgomery (2004) cuya forma funcional se muestra en (12)

$$X_t = \mu + e_t \text{ con } e_t \sim N(0, \sigma^2) \qquad (12)$$

Representa adecuadamente tal característica de calidad. Otra condición de cumplimiento estricto para la construcción de los gráficos tipo Shewart es que los datos -ordenados cronológicamente- que fueron extraídos del proceso de muestreo no estén correlados entre sí. La transgresión simultánea o individual de las condiciones teóricas anteriormente señaladas deriva en un menoscabo de las propiedades estadísticas de la carta y por consiguiente, de la disminución de la potencia para detectar adecuadamente señales fuera de control, pues, los límites construidos suelen estrecharse y la longitud promedio de corrida (ARL) suele ser errónea (Peñabaena Niebles, et al 2013). Esto puede dar la impresión que el proceso no se halla en un estado de control estadístico como consecuencia del aparecimiento de múltiples señales fuera de los límites naturales. La justificación de estos resultados reside en los cambios ocurridos sobre la varianza del estadístico graficado cuando se calcula en estas condiciones. En caso tal de comprobarse formalmente la existencia de correlación en la serie, la validez de los estimadores hallados es trastornada, pues a pesar de conservar sus propiedades de linealidad e insesgadez, dejan de ser eficientes, ya que están desprovistos de su propiedad de varianza mínima. Bajo tales consideraciones, se hace perentorio especificar y construir herramientas de seguimiento de procesos altamente eficaces e inmunes a estas situaciones que no son anómalas en sistemas de manufactura de naturaleza continua o en esquemas de producción por loteo, pues éstas no deben entenderse como el resultado de la emergencia de causas de variación asignable, en tanto que sobre cierto tipo de procesos, asiduamente operan elementos inerciales como reflujos, suele existir una alta incidencia de condiciones ambientales en el mismo, dinámicas superiores a la frecuencia de muestreo (Ferrer, 2004) o también, la existencia patrones o tendencias determinísticas o de naturaleza estocástica incontrolables en la praxis.

En correspondencia con lo anterior se propone el diseño e implementación de una herramienta de monitorización alternativa cuyo desempeño operativo es, al menos, superior en presencia de correlación serial, respecto a las cartas de control convencionales. El gráfico de control A.R.I.M.A es hábil para capturar el comportamiento dinámico del

© IEOM Society International

proceso de producción y ahora será posible detectar aquellas desviaciones generadas por la presencia de causas asignables de variabilidad que explicarían el surgimiento de señales localizadas fuera de la región de control. Según lo mostrado en la Figura 3 no se registran observaciones localizadas fuera de los límites naturales de variación.

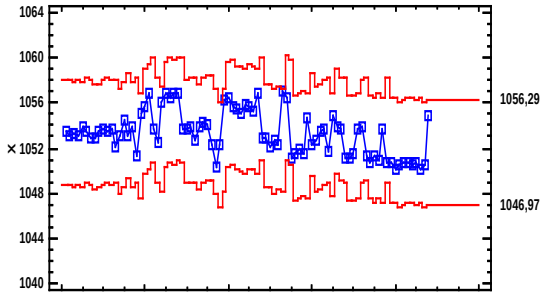


Figura 3. Carta de Control A.R.I.M.A

La tabla 6 reporta sintéticamente los resultados obtenidos luego de la construcción de la carta de control. Los límites del proceso se han fijado para el intervalo $\boldsymbol{\mu \pm 3\sigma}$ e incluyen al 99.7% de los valores de la variable peso.

Tabla 6: Resumen del Gráfico A.R.I.M.A

Limite Superior $+3\sigma$	1056,29
Línea Central	1053,31
Limite Superior -3σ	1046,97
Media del proceso	1053,33
Desviación Estándar	1,94081
Desviación Estándar de los residuos	1,55404

Nótese que los límites de control superior e inferior a un solo paso, fueron determinados a partir de la adición para el superior, y la sustracción para el inferior, de n desviaciones estándares más el valor esperado condicional de z en un periodo específico, a partir de la información proporcionada por el periodo que lo antecede inmediatamente.

Ello puede expresarse como se muestra en (13):

$$\hat{z}(i-1) \pm n\sigma_j, \text{ siendo } \hat{z}(i-1) = \mu + \beta z_{i-1} \qquad (13)$$

Grosso modo puede explicarse el procedimiento de estimación de la media y desviación estándar del modelo que rige el proceso: Denótese la media como μ, bajo la hipótesis de estacionariedad, la esperanza de X_t para todo t es tal y como está expresado en (14):

$$E(X_t) = E\left[\frac{\delta}{1-\phi}\sum_{i=0}^{\infty}\phi^i\,\varepsilon_{t-i}\right] \qquad (14)$$

A partir de allí se deduce que el momento de primer orden es equivalente a la expresión (15):

$$\mu = \frac{\delta}{1-\phi} \qquad (15)$$

Se sigue pues, que la varianza del proceso, esto es, el momento de segundo orden es igual a (16):

$$E(X_t - \mu)^2 = E[\sum_{i=0}^{\infty}\phi^i\,\varepsilon_{t-i}]^2 = \frac{\sigma^2{}_\varepsilon}{1-\phi^2} \qquad (16)$$

Con esto en mente, puede calcularse la desviación estándar σ_ε de las perturbaciones aleatorias a partir del cuadrado medio del error residual del modelo ajustado y no a partir de los rangos móviles.

© IEOM Society International

Obsérvese además que en la Figura 4 la carta de control MR (2) o de rangos móviles para los residuos no distingue señales fuera de control. No obstante, se percibe que existen puntos muy cercanos a los límites y que el rango de movimiento es amplio, dando indicios de una variabilidad relativamente alta. Es válido acotar, además, que el gráfico de rangos móviles diseñado para valores individuales detecta la presencia de valores que exceden el límite superior de control. Estas señales fuera de control evidentemente corresponden a falsas alarmas.

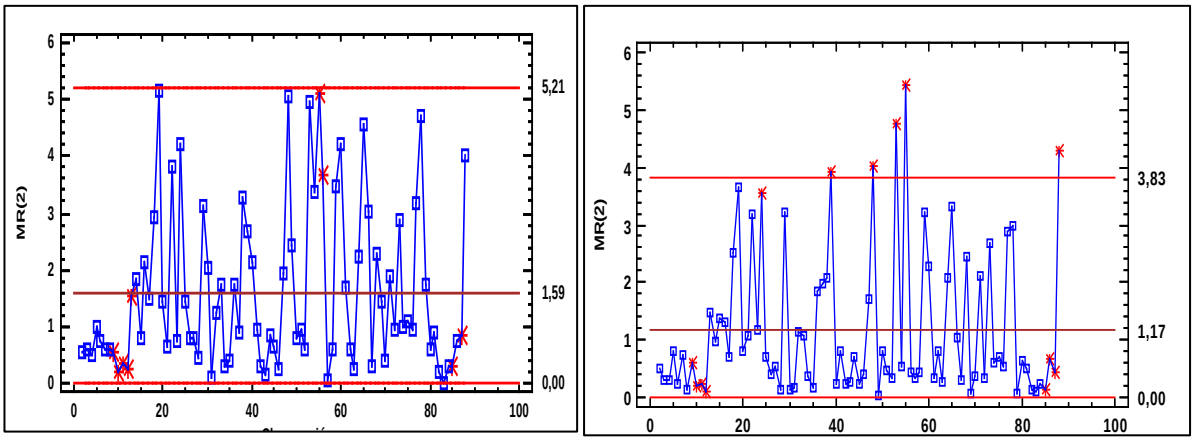


Figura 4. Gráfico MR (2) para residuos vs Gráfico MR (2) para observaciones

3.4 Análisis de Capacidad

En este apartado se estiman algunas métricas de capabilidad a fin de establecer si el proceso productivo es hábil para cumplir cabalmente con las especificaciones técnicas predefinidas. Para ello, se hace necesario estimar la amplitud natural de variación del proceso, bajo la asunción de que la característica de calidad estudiada puede ser modelada por una distribución de probabilidad normal-supuesto verificado en apartados precedentes- (Gutiérrez Pulido et De la Vara Salazar, 2013). La cuantificación de la variación del proceso productivo se realiza a partir de una perspectiva largoplacista y cortoplacista. Entiéndase que tales nociones están intrínsecamente relacionadas con la dimensión temporal, pues, suelen analizarse dos tipos de variabilidad: una instantánea, depurada de la influencia de agentes exógenos al proceso, y otra, que estima la variación del mismo en el transcurso del tiempo. (Ruiz Medina, 2004).

La Figura 5 permite visualizar la variabilidad de los datos alrededor del valor nominal (línea central) y los límites de especificación. Se observa que una fracción considerablemente alta de valores se halla fuera de los límites de tolerancia superior, indicando que existe un colosal deterioro de la habilidad del mismo para cumplir con las especificaciones técnicas a causa de la heterogeneidad que le es inherente.

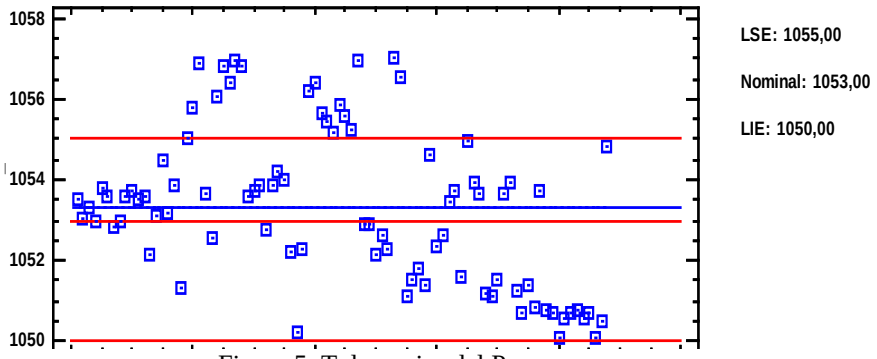


Figura 5. Tolerancias del Proceso

En la Tabla 7 están localizados los intervalos de confianza para ciertas métricas de capacidad una vez conocida la distribución teórica de cada una de ellas. Este enfoque reviste una utilidad significatica, en tanto que el proceso analizado evoluciona en el tiempo lo que conlleva inexorablemente a que estas medidas numéricas tambíen varíen

© IEOM Society International

considerablemente de una muestra a otra. Los demás indices de capacidad calculados corresponden a funciones adimensionales de los parámetros del proceso (μ, σ) y de las especificaciones del mismo y sientan una base objetiva para juzgar el desempeño del proceso (Hernández Pedrera et Da Silva Portofilipe, 2016)

Tabla 7: Resumen del Análisis de Capacidad

MÉTRICAS	***Corto Plazo***	***Largo Plazo***
$\boldsymbol{Cp/Pp}$	0,515248	0,519403
$\boldsymbol{CR/PR}$	143,653	142,529
$\boldsymbol{Zmin}$	1,44318	1,44424
$\boldsymbol{Cpk/Ppk}$	0,481059	0,483868
$\boldsymbol{K}$		0,0684145
$\boldsymbol{Cpm}$		0,51603
% Fuera de especificaciones	12,3432	12,158
	Límite Inferior	**Límite Superior**
$\boldsymbol{Cp}$	0,791233	1,04254
$\boldsymbol{Pp}$	0,448167	0,590512
$\boldsymbol{Cpk}$	0,716714	0,983149
$\boldsymbol{Ppk}$	0,389175	0,573654

Él índice $\boldsymbol{C_P/Pp}$ es un cuantificador de la capacidad potencial del proceso y se estima como el cociente de la variación tolerada (dada por las especificaciones) y la amplitud de la variación natural del proceso. Dado que el valor para este indicador en el corto y en el largo plazo es inferior a 1 se afirma entonces, que el proceso es incapaz de cumplir solventemente con las especificaciones predefinidas. En lo que respecta al indicador $\boldsymbol{C_r}$ -que es el ratio de capacidad potencial del proceso – se hace patente el hecho de que más del 100% del ancho de especificaciones es ocupado por el proceso, dejando nulo de margen de holgura; en otros términos, la variación real supera en sobremanera, la variación tolerada. El índice $\boldsymbol{Zmin}$ metrifica la capacidad del proceso en función de la distancia existente entre las especificaciones y la media dividida entre la desviación típica. El valor que asume esta métrica indica el nivel de calidad sigma del proceso, que para este caso es indeseable en tanto que es equivalente a 1,443. La capacidad real del proceso instantánea y a largo plazo medida por $\boldsymbol{Cpk/Ppk}$ indica un considerable desfasamiento de la media respecto al centro de la banda de especificaciones. En lo relativo a los indicadores $\boldsymbol{K}$ y $\boldsymbol{Cpm}$ éstos sólo evalúan la habilidad del proceso a largo plazo. La primera métrica da indicio sobre el centrado de la característica de calidad. Dado que $\boldsymbol{K}$ es igual 0,068 se intuye que hay un débil desfasamiento de la distribución de la variable analizada respecto a las especificaciones, es decir que la media del proceso supera al valor nominal moderadamente. El índice de Taguchi (Cpm) a diferencia del indicador de capacidad potencial del proceso, incluye en su formulación un parámetro "tau" que toma en cuenta el centrado y variación del proceso. Debido a que $\boldsymbol{Cpm}$ es igual a 0,51603 se colige que el proceso no cumple con las especificaciones y por tanto, no admite un incremento de la variabilidad. Cabe acotar que, a largo plazo, se proyecta una reducción significativa en este indicador, lo que sugiere, que existirá un detrimento progresivo de la aptitud del proceso en caso tal de que se obvie trazar estrategias de mejora que zanjen esta problemática

4. Consideraciones Finales

En este caso de estudio se expusieron ciertos principios metodológicos del control estadístico de proceso a fin de identificar posibilidades de mejoras del proceso productivo. Luego de la aplicación del grafico de control para datos individuales y la estimación de las métricas de capacidad se llegó a la conclusión de que ninguna de las variables registró una tendencia anómala, a excepción del "peso", que evidenció un comportamiento errático e inestable, adicionalmente una fracción significativa de sus valores se localizaban fuera de los límites de especificación. Ello es un fuerte indicio de baja capabilidad e inestabilidad. Sin embargo, un análisis exhaustivo de la variable en cuestión, mediante el empleo de ciertas herramientas de monitoreo no convencionales permiten llegar a conclusiones disímiles. Aunque si bien es cierto que las gráficas de control estándares, son un buen punto de partida para comprender la dinámica de un proceso o servicio, en tanto que ostentan una alta potencia para detectar variaciones de fondo, suelen ser marcadamente sensibles frente a la transgresión de ciertas hipótesis, como la de independencia serial, tal y como sucede con la variable de interés analizada. El análisis comparativo entre la carta de control estándar y aquella basada en los modelos de promedios móviles autorregresivo integrados (A.R.I.M.A) hace patente el hecho de que ésta última

© IEOM Society International

herramienta de monitoreo, a diferencia de la primera, se adecúa a las propiedades y condiciones naturales del proceso sometido a análisis, pues el registro de falsas alarmas fue nulo. Ello indica que el proceso es estable y que la emergencia de señales de pérdida de control detectada en la gráfica de control inicial no obedece la operación de causas de variabilidad asignable sino a la prevalencia de una estructura de correlación serial. No obstante, se continuaron detectando variaciones inusuales fuera de los límites de especificación predefinidos, razón por la cual se arguye que existe una localización deficiente del proceso. En ese sentido, se hace perentorio trazar acciones tendientes a modificar el centrado del proceso a fin de evitar la producción de productos no conformes.

Durante el proceso investigativo se detectaron vacíos teóricos y epistemológicas que convendrían ser evaluados, ya que, aunque se registran estudios relacionados con la aplicación de herramientas de monitoreo multivariante en presencia de dependencia serial, es imperioso diseñar casos de aplicación en ambiente real para validar los principios metodológicos propuestos en la literatura especializada. Son necesarios también, estudios específicos que contemplen la implementación de modelos multivariantes para el control de procesos autocorrelados. Se añaden al listado de investigaciones futuras, aquellas que involucran el uso de técnicas meta-heurísticas para la estimación de los parámetros contenidos en modelos que caractericen la estructura de autocorrelación en procesos fabriles.

5. Agradecimientos

En esta investigación, se extiende especial agradecimiento al personal de producción de la empresa caso de estudio por su gestión para la recopilación de la información primaria y de apoyo dispensado en las visitas técnicas y trabajo de campo. A su vez, al grupo DEARTICA de la Universidad del Sinú, por el apoyo técnico y académico y al grupo C.I.P.T.E.C de la Fundación Universitaria Tecnológico Comfenalco por la colaboración de su cuerpo científico.

Referencias

Alvarado Martínez, H., Significados institucionales y personales del teorema central del límite en la enseñanza de estadística en ingeniería. Disponible en: http://www.ugr.es/~batanero/pages/ARTICULOS/Tesisalvarado3.pdf , Mayo 21 de 2017

Apley, D. (2012). Design of exponentially weighted moving average control charts for autocorrelated processes with model uncertainty. *Tehcnometrics, 45*(3), 187-198.

Barbeito, I., Zaragoza, S., Tarrío-Saavedra, J., & Naya, S. (2007). Assessing thermal comfort and energy efficiency in buildings by statistical quality control for autocorrelated data. *190*, 1-17.

Barceló Cerdá, S., Estudio de la integración de procedimientos, Disponible en: https://riunet.upv.es/bitstream/handle/10251/63442/-Diciembre 9, 2016.

Bartlett, M., On the Theoretical Specification and Sampling Properties of Autocorrelated Time-Series, *Journal of the Royal Statistical Society*, vol. 8, no. 1, pp. 27-41, 1946.

Box, G., Jenkins, G., y Reinsel, G., *Time Series Analysis: Forecasting and Control*, 3ra Edición, Prentice Hall Englewood Cliffs, NJ, 1994.

Campos Leoni, R., & Domingues Simões, F. (2016). Synthetic charts to control bivariate processes with autocorrelated data. *Computers and Industrial Engineering , 97*, 15-25.

Costa, A., & Fishera, S. (2016). Economic statistical design of ARMA control chart through a Modified Fitness-based Self-Adaptive Differential Evolution. *Computers and Industrial Engineering, 105*.

Ferrer, A., Control estadístico de procesos con dinámica: revisión del estado del arte y perspectivas de futuro. *Estadística Española*, vol. 46, no. 155, pp. 19-47, 2004.

Giraldo Gómez, N., Raíces unitarias Tendencias estocásticas (A.R.I.M.A), Disponible en: :http://www.medellin.unal.edu.co/ - Diciembre 15, 2016.

González, J., & Zambrano, A., Implementación de cartas de control en el paquete estadístico R para el monitoreo de procesos en media con datos autocorrelacionados. *Comunicaciones en Estadística*, vol 4, no.1, pp 7-28, 2011.

Gujarati, D., y Porter, D., *Econometría*. 5ta Edición, McGraw-Hill. Mexico DF, 2010

Gutiérrez Pulido, H., y De la Vara Salazar, R. *Control Estadístico de la Calidad y Seis Sigma*, 3ra Edición, McGraw Hill Educación, México D.F, 2013.

Hernández Pedrera, C., y Da Silva Portofilipe, F., Aplicación del control estadístico de procesos (CEP) en el control de su calidad, *Tecnología Química*, vol *XXXVI*, pp 130-145, 2016.

© IEOM Society International

Krajewsky, L., Ritzman, L., y Malhotra, M., *Administración de Operaciones. Producción y Cadena de Valor*, 8va Edición, Pearson Education, México DF, 2008.

Lara Hernández, C., Melo González, R., Herrera Ruiz, D., y Valdez Gómez, J., Control estadístico de procesos en tiempo real de un sistema de endulzamiento de gas amargo. Metodología y resultados, *Instituto Mexicano de Ingenieros Químicos A.C*, vol. 26, no. 2, pp. 57-74, 2011.

Medel, C.. ¿Akaike o Schwarz? ¿Cuál Elegir para Predecir el PIB Chileno?, Disponible en: http://si2.bcentral.cl/public/pdf/documentos-trabajo/pdf/dtbc658.pdf 2012, Diciembre 26, 2016

Mosquera Artamonov, J., Artamonova, I., & Mosquera, J. (2014). Diagnóstico del proceso de inspección mediante índices de capacidad. *Ingeniare*, *22*(1), 53-61.

Peñabaena Niebles, R., Oviedo Trespalacios, Ó., Vásquez Cabeza, J., y Fernández Cantillo, L., Diseño estadístico de cartas de control para datos autocorrelacionados, *Ingeniería y Desarrollo*, vol. 31, no. 2, pp. 291-315, 2013

Mosquera Artamonov, J., Artamonova, I., & Mosquera, J. (2014). Diagnóstico del proceso de inspección mediante índices de capacidad. *Ingeniare*, *22*(1), 53-61.

Ruiz Medina, M. Análisis de Capacidad, Disponible en: http://www.ugr.es/~mruiz/temas/Tema_7.pdf, Diciembre 26 2016

Universidad Complutense., Contrastes no Paramétricos, Disponible en: https://www.ucm.es/data/cont/docs/518-2013-11-13-noparam.pdf, Enero 14, 2017

Biography

Juan Carlos Herrera Vega es docente investigador, Profesional en Ingeniería Industrial egresado de la Universidad Autónoma del Caribe, Especialista en Ingeniería y Gestión de Calidad de la Universidad del Atlántico, Magíster en Ingeniería Industrial de la Universidad Simón Bolívar, en la ciudad de Barranquilla-Colombia. Actualmente Doctorando en Ingeniería, con mención en Industrial, en la Universidad Nacional Lomas de Zamora de Argentina. Ha desarrollado proyectos de investigación con empresas de diversos sectores industriales, tales como el de transformación de plástico y caucho. Estuvo vinculado por más de 10 años al sector productivo colombiano desempeñando roles como Jefe de Calidad y/o Producción, donde se destaca LITOPLAS S.A. Sus intereses de investigación incluyen, herramientas para la mejora calidad de procesos, estudio del trabajo, diseño de sistemas de manufactura, planeación, programación y control de la producción y operaciones.

German Herrera Vidal es docente investigador del programa de Ingeniería Industrial de la Fundación Universitaria Tecnológico Comfenalco. Profesional en Ingeniería de Productividad y Calidad, del Politécnico Jaime Isaza Cadavid de Medellín, Especialista en Gerencia Empresarial de la Universidad Tecnológica de Bolívar, Magister en Ingeniería con Énfasis en Industrial de la misma Universidad y Estudiante de Doctorado en Ingeniería con Mención en Industrial de la Universidad Nacional Lomas de Zamora de Argentina. Docente con habilidades en formulación, ejecución y evaluación de proyectos, desarrollando productos de alto impacto, como Artículos de Investigación publicados en revistas indexadas en Scopus, Capítulos de Libro de Investigación, Ponencias Internacionales, Direcciones de Tesis de Maestría y a su vez Consultorías de tipo empresarial.

Bruno De Jesús Rahmer es egresado del programa de Ingeniería Industrial de la Fundación Universitaria Tecnológico Comfenalco, Cartagena de Indias, Colombia. Desde hace cuatro años está vinculado al programa de atención a la Primera Infancia “Cero A Siempre” como asesor en diversas instituciones acogidas a esta estrategia y como líder de procesos de gestión y mejora continua de la calidad. Ha desarrollado proyectos de investigación en trabajo mancomunado con empresas del sector petroquímico plástico, comercial y metalmecánico de la ciudad. Entre sus intereses investigativos se hallan: control estadístico de procesos, logística industrial y planeación y programación de la producción y operaciones.

© IEOM Society International